Soluzioni di un'equazione di 2° grado

(Gaetano Castellano, [redacted])

(1) ax^2+bx+c,

Come tutti sappiamo, le soluzioni di questa eq. sono date dalla formula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Qui vogliamo dimostrare la validità di questa formula.

Dividiamo la (1) per a:

$$(2) \quad x^2+\frac{b}{a}x+c$$

Cerchiamo ora di ottenere un'espressione del tipo:

$$(x+t)^2+K=0$$

Sappiamo che $(x+t)^2=x^2+2xt+t^2$. È facile vedere che t^2 è metà coefficiente di x elevato al quadrato $\left[\left(\frac{2t}{2}\right)^2\right]$.

Quindi alla (2) aggiungiamo e togliamo la quantità $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$:

$$\underbrace{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2}_{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}=0$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

In definitiva: $x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{\pm 2a} \Rightarrow x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Ovvero: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Alla prossima lezione!