Somme di potenze consecutive ([illegible])

Vogliamo dimostrare che:

$$1+a+a^2+\ldots+a^n=\frac{a^{n+1}-1}{a-1}$$

La somma delle potenze di "a" viene detta serie geometrica di ragione "a".

Sappiamo che: $a^2-1=(a+1)(a-1)$

e che: $a^3-1=a^3+a^2-a^2-1=a^3-a^2+\left[(a+1)(a-1)\right]=$

$$=a^2(a-1)+(a+1)(a-1)=$$

$$=(a-1)\left[a^2+a+1\right]$$

Proviamo con:

$$a^4-1=a^4-a^3+a^3-1=a^3(a-1)+\left\{(a-1)\left[a^2+a+1\right]\right\}=$$

$$=(a-1)\left[a^3+a^2+a+1\right]$$

Allora possiamo intuire che:

$$a^n-1=(a-1)\left[a^{n-1}+a^{n-2}+\ldots+a+1\right]$$

Supponiamo quindi la formula vera per "n" e vediamo se è vera per "$n+1$".

$$a^{n+1}-1=a^{n+1}-a^n+a^n-1=a^n(a-1)+(a-1)\left[a^{n-1}+\ldots+1\right]=$$

$$=(a-1)\left[a^n+a^{n-1}+\ldots+1\right]$$

Vera per $N \Rightarrow$ Vera per $(N+1)$, per il principio di induzione:
è vera per ogni N