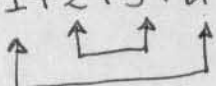


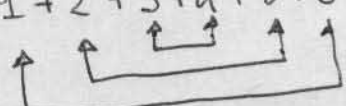
Somma di numeri consecutivi (Carlo Cellario) 1/2

Supponiamo di voler trovare la formula matematica che ci da il risultato della seguente somma:

$$1+2+3+4+\dots+N$$

Partiamo da queste osservazioni:

$$1+2+3+4 = (1+4) + (2+3) = 5+5 = 2 \cdot 5 = 2 \cdot (4+1)$$


$$1+2+3+4+5+6 = (1+6) + (2+5) + (3+4) = 3 \cdot (6+1)$$


Dagli esempi si intuisce che la formula, nel caso di N pari, debba essere:

$$1+2+\dots+N = \frac{N}{2} (N+1)$$

Supponiamo valide le formule per N e vediamo se è vera per $N+2$ ~~{ principio dell'induzione, stiamo considerando il solo caso pari }~~

$$1+2+\dots+N+(N+1)+(N+2) = \frac{N}{2} (N+1) + (N+1) + (N+2) =$$

$$= \frac{N^2 + N}{2} + 2N + 3 = \frac{N^2 + N + 4N + 6}{2} = \frac{N^2 + 5N + 6}{2} =$$

$$= \frac{N(N+3)}{2} + (N+3) = (N+3) \left(\frac{N}{2} + 1 \right) = \frac{(N+3)(N+2)}{2}$$

$$\frac{N+2}{2} \left[\frac{N+2}{2} + 1 \right]$$

Vera per $N \Rightarrow$ Vera per $(N+2)$, per il principio di induzione:
è vera per ogni N pari

Somme di numeri consecutivi (Gint Carbella) 2/2

Vediamo ora il caso ~~di~~ dispari.

$$1+2+3+\dots+N+(N+1) \quad \text{dove } N \text{ è sempre pari}$$

$$\frac{N(N+1)}{2} + N+1 = \frac{(N+1)}{2} [N+2] =$$

$$= \frac{N+1}{2} [(N+1)+1]$$

ed anche in questo caso la formula è dimostrata.

Fino ad ora abbiamo considerato somme di numeri consecutivi che partono da 1.

Vediamo un caso più generale:

$$k+(k+1)+\dots+N \quad \text{con } N \geq k$$

Possiamo anche scriverlo:

$$\sum_k^N j$$

Orvviamente sarà:

$$\sum_k^N j = \sum_1^N j - \sum_1^{k-1} j = \frac{N(N+1)}{2} - \frac{(k-1)k}{2} =$$

$$= \frac{N^2 - k^2 + N + k}{2} = \frac{(N-k)(N+k) + (N+k)}{2} = \frac{N+k}{2} [N-k+1]$$